КОНТАКТНАЯ ПОДАТЛИВОСТЬ КЛИНОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ

А.А. Максименко, Н.В. Перфильева, Н.В. Котенева

Вопросы упругого контактного взаимодействия деталей машин и элементов конструкций являются неотъемлемой частью проблем прочности и надежности машиностроительных конструкций.

Экономические потребности в машиностроении предъявляют все большие требования к разрешению проблем механики контактного взаимодействия элементов конструкций. Работа машин и механизмов в условиях больших нагрузок, скоростей, вибраций, в широком диапазоне изменения температур в значительной степени зависит от процессов, протекающих в контакте элементов конструкций в пределах предварительного смещения.

Целью данной работы является разработка нового метода расчета контактных деформаций условно-неподвижных соединений (клиновых соединений) машиностроительных конструкций, работающих в условиях динамических нагрузок, выяснение характерных закономерностей динамического контактирования и определение путей эффективного их практического использования.

Стык, имеющий форму клина, получил широкое распространение в сопряжениях деталей машин (V – образные направляющие металлорежущих станков, зубчатые соединения, клиноременные передачи, шпоночные соединения и т.д.).

Соединительной деталью в клиновом соединении является клин, располагаемый вдоль или поперек оси соединения.

Рассматриваются условия самоторможения клина. Известно, что при наличии силы трения F полная реакция R отклоняется от направления нормали навстречу движению на некоторый угол φ, называемый углом трения (рис.1). Тогда имеем:

$$tg\varphi = \frac{F}{N} = f\,, \qquad (1)$$

где f - коэффициент трения скольжения.

В качестве модели будем рассматривать зажатый односкосый клин с трением по двум поверхностям (рис. 2а,б) [1]. При любом угле скоса α зажатый клин стремиться вытолкнуть сила обратного действия $P_{o.\partial}$, представляющая собой горизонтальную составляющую нормальной реакции N; W – ее вертикальная составляющая.

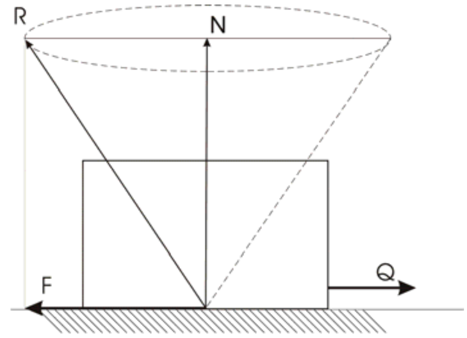

Рис.1

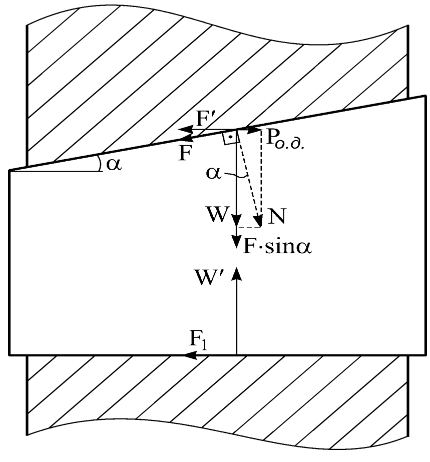

Рис. 2а

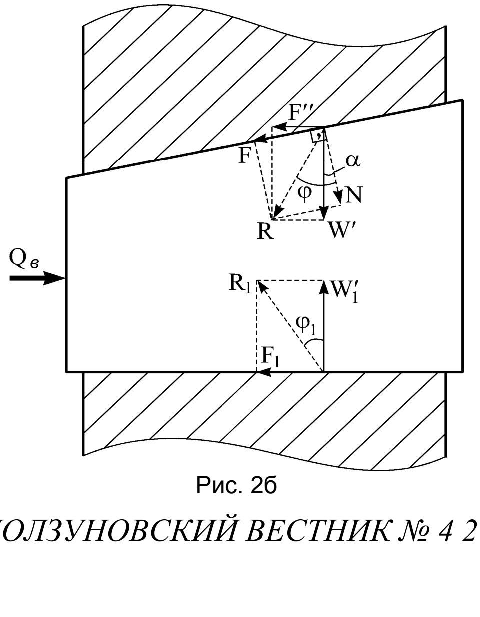

Рис. 2б

Силе $P_{о.д}$ противодействует сила трения F_1 на основании клина и горизонтальная составляющая F' силы трения F на наклонной поверхности клина. Условие равновесия клина при этом:

$$F' + F_1 \geq P_{о.д}\,, \qquad (2)$$

Причем,

$$F = Nf = Ntg\varphi = W\frac{tg\varphi}{\cos\alpha}\,;$$

$$F' = F\cdot\cos\alpha = Wtg\varphi\,.$$

Соответственно величина нормальной реакции на основании клина:

$$W' = W + F\sin\alpha = W(1 + tg\alpha\cdot tg\varphi)\,, \qquad (3)$$

а сила трения на основании клина:

$$F_1 = W'\cdot tg\varphi_1 = W\cdot tg\varphi_1(1 + tg\alpha\cdot tg\varphi)\,, \qquad (4)$$

где $tg\varphi_1$ - коэффициент трения на основании клина.

Формула (2) для предельного случая перехода самотормозящего клина в несамотормозящий приобретает вид:

$$P_{о.д} = W\cdot tg\alpha = W\cdot tg\varphi + W\cdot tg\varphi_1(1 + tg\alpha\cdot tg\varphi) \qquad (5)$$

или $tg\alpha = tg\varphi + tg\varphi_1 + tg\alpha\cdot tg\varphi\cdot tg\varphi_1$.

При малых углах α правая часть предыдущего выражения близка к 0, а величина тангенсов углов практически равна величине соответствующих углов в радианах. Тогда условие предельного равновесия клина выражается:

$$\alpha = \varphi + \varphi_1\,, \qquad (6)$$

Если углы трения на обеих поверхностях клина одинаковы $\varphi = \varphi_1$, получим: $\alpha = 2\varphi$.

Условия

$$\alpha \leq \varphi + \varphi_1\,; \quad \alpha \leq 2\varphi \qquad (7)$$

называются *условиями самоторможения* клина с трением по двум поверхностям.

Соотношение сил для клина с трением на обеих поверхностях (рис.3).

$$P = W\cdot tg(\alpha + \varphi)\,;$$

$$F_1 = W\cdot tg\varphi_1\,; \qquad (8)$$

$$Q = P + F_1 = W[tg(\alpha + \varphi) + tg\varphi_1]\,.$$

Вертикальные составляющие на обеих поверхностях для упрощения расчетов принимают одинаковыми и равными W [1].

$$W = Q/[tg(\alpha + \varphi) + tg\varphi_1]\,, \qquad (9)$$

где Q – внешняя нагрузка.

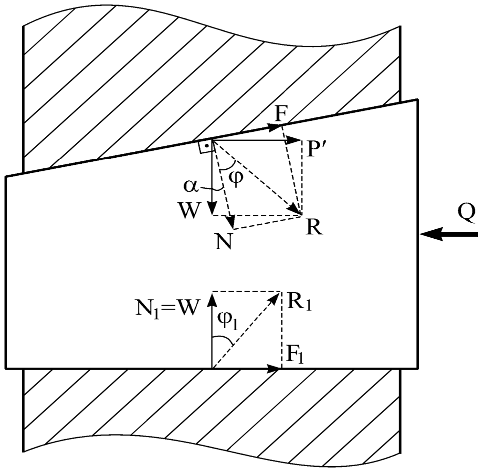

Рис. 3

Учитывая приведенное выше, выражение для нахождения выталкивающей силы $Q_в$ будет следующим:

$$Q_в = W[tg(\varphi - \alpha) + tg\varphi_1]\,. \qquad (10)$$

Механизмы и конструкции, в основе которых лежит клин, часто подвергаются различным динамическим нагрузкам. По этой причине параметры, обеспечивающие самоторможение, могут измениться и привести к аварии. Экспериментальные исследования авторов показали, что, например, в процессе обработки статическое трение под действием сил резания ослабевает, и при известных условиях возможно саморасклинивание [1]. Для того чтобы этого не происходило, в расчеты вводят показатель запаса самоторможения K, который определяется следующим образом:

$$K = {[tg\varphi + tg\varphi_1]}\big/{tg\alpha}\,, \qquad (11)$$

Так, в самотормозящих механизмах на основе клина, подвергающихся сотрясениям и вибрациям, рекомендуют принимать $K \geq 3$.

Для того чтобы оценить влияние контактного взаимодействия поверхностей клинового соединения на процесс расклинивания, можно воспользоваться зависимостями для определения тангенциальных и нормальных упругих контактных смещений как в статических условиях [2, 3], так и при динамическом возбуждении [4, 5]. Согласно рис. 3 под действием силы $Q_в$ по нижней поверхности в пределах предварительного смещения будут возникать контактные перемещения только тангенциального направления, тогда как по наклонной верхней поверхности соединения будут наблюдаться смещения как в тангенциальном, так и в нормальном направлениях. Причем последние будут оказывать непосредственное влияние на упругие контактные смещения касательного направления [4].

Известно, что практически все механизмы машиностроительных конструкций работают в условиях динамических нагрузок, изменяющихся по различным законам. Поэтому при анализе процессов, происходящих на поверхностях клинового соединения, принимается - $P \cdot \sin wt$ вынуждающее динамическое усилие, изменяющееся по гармоническому закону, по направлению совпадающее с силой выталкивания $Q_в$. Динамическая составляющая уменьшает общую силу самоlрасклинивания стыка.

Для определения этой общей силы $Q_в^*$, воспользуемся методикой определения упругих касательных [4] и нормальных контактных смещений [4, 5] в условиях динамического нагружения по обеим поверхностям клинового соединения.

При циклическом нагружении сжатых тел переменной сдвигающей силой, не превышающей по величине силу трения покоя, зависимости в координатах: касательная сила Р – смещение Δ, образуют петлю гистерезиса, ветви которой описываются уравнением

Данное уравнение имеет следующий вид [2]:

для первоначального нагружения

$$\vec{P} = fN(1-(1-\vec{\Delta}/\Delta_p)^j), \qquad (12)$$

для последующего процесса

$$\overleftrightarrow{P} = fN\left(\pm 2\left(1-\frac{\Delta^* - \overleftrightarrow{\Delta}}{2\Delta_P}\right)^j \mp \left(1-\frac{\Delta^*}{\Delta_P}\right)^j \mp 1\right), \qquad (13)$$

где $\overleftrightarrow{P}$, $\overleftrightarrow{\Delta}$ - текущие значения касательных сил и смещений, соответствующих нисходящей ($\leftarrow$) и восходящей ($\rightarrow$) ветвям петли; Δ^* - амплитудное значение смещения; Δ_P - предельное смещение; f – коэффициент трения покоя; N – нормальное усилие сжатия, j – показатель степени: для контакта шероховатых и гладких сфер равен 3/2, а для контакта шероховатых поверхностей равен $(2\nu+1)/\ 2$, ν - параметр шероховатости кривой опорной поверхности.

Уравнение движения в касательном направлении в условиях вынужденных колебаний:

$$m\ddot{\Delta} + \overleftrightarrow{\Phi}(\Delta) = P\sin wt, \qquad (14)$$

где m – масса штампа (для контакта сфер – масса штампа с запрессованными в него сферами), $\overleftrightarrow{\Phi}(\Delta)$ - нелинейная функция, характеризующая восстанавливающую силу и диссипацию энергии одного периода. Функция записывается в виде кусочно-нелинейных функций, выраженных полиномами Тейлора, P - амплитудное значение внешней вынуждающей нагрузки, w и t - циклическая частота и время процесса. Знаки «$\rightarrow$» и «$\leftarrow$» относятся к активному и пассивному процессам деформирования соответственно.

Согласно принятым допущениям о трении в зонах проскальзывания, $\overleftrightarrow{\Phi}(\Delta)$ - суть уравнения (14), анализ которого показывает, что восстанавливающая сила и диссипация механической энергии определяются амплитудой смещения и не зависят от частоты процесса. При решении дифференциального уравнения необходимо отметить, что оно является существенно нелинейным и относится к неконсервативным системам.

Искомое решение уравнения имеет вид:

$$\Delta = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \vec{A}_n t_1^n;\ 0 \le t_1 \le t_1^*; \\ \sum_{n=0}^{\infty} \overleftarrow{B}_n t_2^n;\ 0 \le t_2 \le t_2^*; \\ \sum_{n=0}^{\infty} \overleftarrow{C}_n t_3^n;\ 0 \le t_3 \le t_3^*; \\ \sum_{n=0}^{\infty} \vec{D}_n t_4^n;\ 0 \le t_4 \le t_4^*; \\ \sum_{n=0}^{\infty} \vec{E}_n t_5^n;\ 0 \le t_5 \le t_5^*; \end{cases} \qquad (15)$$

где t_1 - длительность движения на первом этапе; $t_2 - t_5$ - длительности движения на этапах первого периода, определяемые при рассмотрении граничных условий.

Выражения для определения скорости находятся из почленного дифференцирования рядов.

Коэффициенты рядов определяются по рекуррентным формулам.

По приведенной модели рассчитывается амплитудное значение контактного смещения - $\Delta^*(t)$ или в случае одновременного и нормального и касательного контактного взаимодействия (наклонная поверхность) -

$\Delta^*(x(t);t)$, где x(t) – нормальное контактное смещение, которое определяется по аналогичной методике, изложенной [5].

С учетом Δ^* можно определить амплитудное значение нагрузки, вызывающей это смещение P^* согласно (13) по обеим поверхностям $P_1^*(\Delta_1^*)$ и $P^*(\Delta^*)$.

И как итог находиться суммарная сила выталкивания, вызывающая расклинивание соединения:

$$Q_в^* = Q_в - (P_1^*(\Delta_1^*) + P^*(\Delta^*)) . \qquad (16)$$

Таким образом, можно заключить, что общее усилие, вызывающее раскрытие стыка, при действии динамического возбуждения будет меньше, чем $Q_в$ - при статических условиях работы соединения. Поэтому при конструировании каких-либо условно-неподвижных соединений необходимо учитывать процессы, происходящие непосредственно на контактных поверхностях стыков.

ВЫВОДЫ

На основе созданной модели поведения механического контакта при тангенциальных и нормальных вынужденных колебаниях разработан метод расчета динамических параметров условно- неподвижных соединений на примере клинового стыка. Метод основан на учете реальных деформаций на площадках контакта и его диссипативных свойств. Данный учет необходимо производить при проектировании ответственных соединений прецизионных конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ансеров М.А. Приспособления для металлорежущих станков.- М.: Машиностроение, 1964.- 652 с.
2. Максак В.И. Предварительное смещение и жесткость механического контакта. - М.: Наука, 1975. -61 с.
3. Тритенко А.Н., Кун Я.И. Колебания штампа на сферах при воздействии непериодически изменяющихся нагрузок // Трение и износ.-1990.- Т.11. - № 5 – С. 867-870.
4. Максименко А.А., Перфильева Н.В., Котенева Н.В. Динамические контактные взаимодействия при сложном нагружении в условиях трения покоя // Известия вузов. Машиностроение. - 2002. - № 2-3. – С.28 –37.
5. Максименко А.А., Перфильева Н.В. Динамические контактные взаимодействия упругих квазистационарных систем // Ползуновский вестник.- 2002.- № 1.-С.103-105.